高等学校【数　学】正解・解答例

１

（１）　ウ

（２）　①　自発的　　②　成長　　③　学習指導

（３）　①

（４）　①　エ　　②　イ　　③　ク　　④　ケ　　⑤　コ

配点：各２点×１０　　　　$\boxed{\text{２０点}}$

２

（１）　$\frac{1}{2}n(n-1)$

（２）　①　2^{50-k}　　②　16、17

（３）　①　$\vec{b}\cdot\vec{c}=2$　②　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=-\frac{1}{8}\vec{a}+\frac{2}{9}\vec{b}$　　③　$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{b}-\vec{c}$

（４）　①　1344　　②　264

（５）　$\gamma=1+\sqrt{3}\,i$　または　$\gamma=7-\sqrt{3}\,i$

（６）　$\frac{\pi}{2}(e^4-4e^2+7)$

（７）　$a=-1$、$b=3$、$\alpha=-\frac{3}{2}$

配点：（１）１０点、（２）①5点、②１０点、（３）①5点、②１０点、③5点
（４）各5点×２　（５）～（７）各１０点×３　　　　$\boxed{\text{８５点}}$

高等学校【数　学】正解・解答例

３

（１）$-1 \leqq t \leqq \sqrt{5}$

$y = t^2 - 2at - 2$

（２）３個

（３）$y = t^2 - 2at - 2 = (t-a)^2 - a^2 - 2$

関数 y は軸 $t = a$ で下に凸の放物線であるから，$-1 \leqq t \leqq \sqrt{5}$ において

(i)　$0 < a < \sqrt{5}$ のとき

$t = a$ で最小値 $-a^2 - 2$ となるので

$-a^2 - 2 = -6$　すなわち　$a = \pm 2$

$0 < a < \sqrt{5}$ より　$a = 2$

(ii)　$a \geqq \sqrt{5}$ のとき

$t = \sqrt{5}$ で最小値 $-2\sqrt{5}a + 3$ となるので

$-2\sqrt{5}a + 3 = -6$　すなわち　$a = \dfrac{9}{2\sqrt{5}} = \dfrac{9\sqrt{5}}{10}$

これは $a \geqq \sqrt{5}$ を満たさない。

(i)(ii)より　$a = 2$

配点：（１）～（３）各１０点×３　　$\boxed{３０点}$

高等学校【数　学】正解・解答例

4

（１）$\sin A = \dfrac{2\sqrt{14}}{15}$

$R = \dfrac{45\sqrt{14}}{56}$

（２）$2 < x < 8$

（３）

(i)　$2 < x < 5$ のとき　CA が最大辺であるから∠Bが最大角である。

△ABCが鈍角三角形となる条件は

$x^2 + 9 < 25$

$(x+4)(x-4) < 0$

$-4 < x < 4$

$2 < x < 5$ より　$2 < x < 4$

(ii)　$5 \leqq x < 8$ のとき　ABが最大辺であるから∠Cが最大角である。

△ABCが鈍角三角形となる条件は

$9 + 25 < x^2$

$x^2 - 34 > 0$

$x < -\sqrt{34}$ ，$\sqrt{34} < x$

$5 \leqq x < 8$ より　$\sqrt{34} < x < 8$

(i)(ii)より　$2 < x < 4$ ，$\sqrt{34} < x < 8$

配点：（１）１０点、（２）５点、（３）１０点　　$\boxed{\text{２５点}}$

高等学校【数　学】正解・解答例

５

（１）$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)=0$

$\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$

（２）$f'(x)=(2x+1)e^{-x}-(x^2+x+1)e^{-x}=-x(x-1)e^{-x}$

$f'(x)=0$ のとき　$x=0$，1

$f(x)$ の増減は次の表のとおり

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{3}{e}$	$\searrow$

$x=1$ のとき極大値 $\dfrac{3}{e}$，　$x=0$ のとき極小値 1

（３）$g(x)=(x+1)e^{-x}$ とすると　$g'(x)=-xe^{-x}$

$y=g(x)$ 上の点を $(t,\ (t+1)e^{-t})$ とおくと，この点における接線の方程式は

$$y=-te^{-t}(x-t)+(t+1)e^{-t}$$
$$=-te^{-t}x+(t^2+t+1)e^{-t}$$

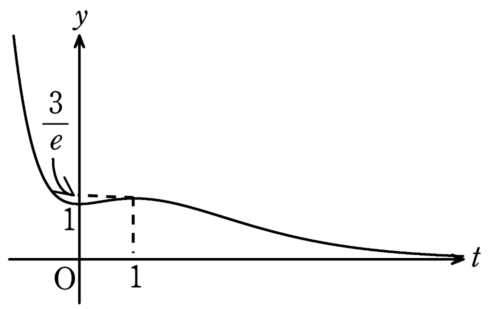
この接線が点A$(0,\ a)$ を通るとき，　$a=(t^2+t+1)e^{-t}$　…①

点Aから $y=g(x)$ に１本の接線が引けるとき，

t についての方程式①がただ１つの実数解をもつ。

すなわち，直線 $y=a$ と $y=f(t)$ のグラフがただ１つの共有点をもてばよい。

(1),(2)より $y=f(t)$ のグラフの概形は図のようになる。



よって　求める a の値の範囲は

$$0<a<1,\ \frac{3}{e}<a$$

配点：（１）１０点　、（２）１５点　、（３）１５点　$\boxed{40点}$